

Diffrazione per altri spigoli e per incidenza obliqua

I risultati ottenuti per la diffrazione da un semipiano assorbente sono rappresentativi anche dei casi di schermi aventi altre condizioni al contorno, e valgono anche per diffrazione da spigoli con un angolo di apertura finito.

L'analisi rigorosa di diffrazione da semipiani con diverse condizioni al contorno e da spigoli con diverse caratteristiche geometriche (ad es. diversi angoli di apertura, vertici curvi o rettilinei, ecc) ha mostrato che il campo totale è composto dai campi di ottica geometrica e da campi diffratti che sono nella forma di onda cilindrica che si propaga a partire dal bordo.

Nel caso di schermo non assorbente i campi di ottica geometrica sono relativi sia all'onda incidente che a quella riflessa. Queste componenti possono illuminare solo una parte di spazio, posta a lato di uno Shadow Boundary (la presenza di uno spigolo genera cioè sempre la divisione dello spazio in una regione illuminata ed in una regione in ombra, secondo l'ottica geometrica).

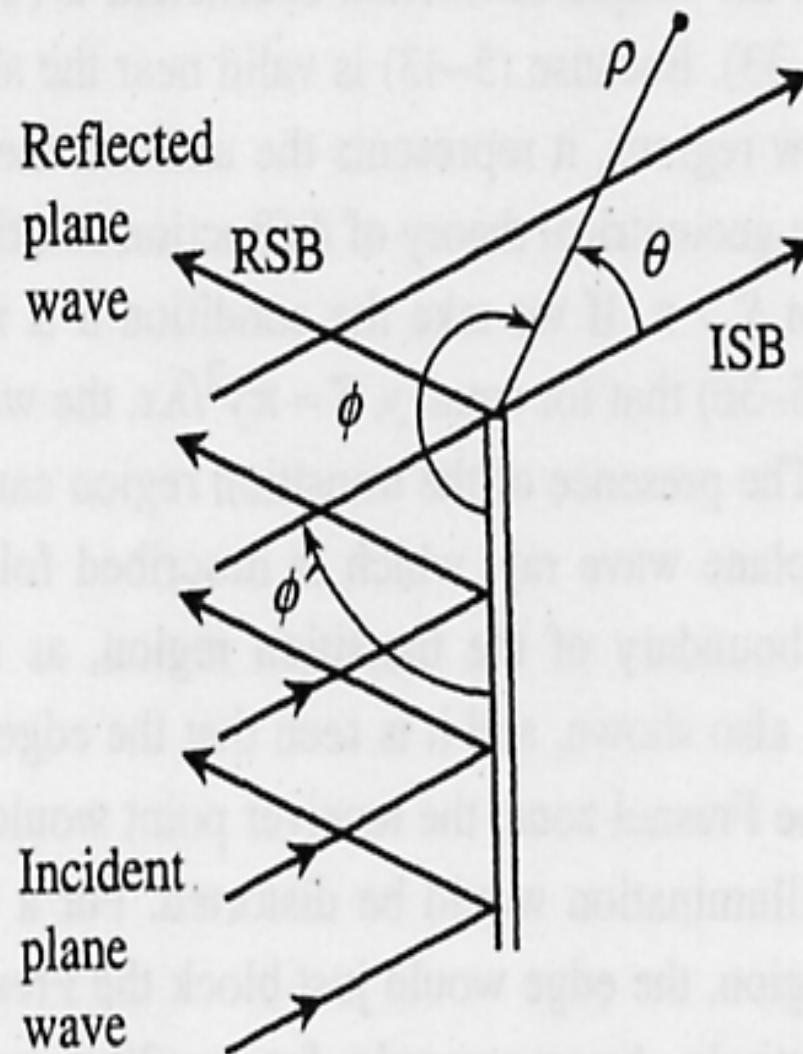


Figure 5-10 A plane wave incident on a half-plane illuminates the region above the incident wave shadow boundary (ISB) and can generate reflected waves in the region below the reflected wave shadow boundary (RSB).

Diffrazione per altri spigoli e per incidenza obliqua

Il coefficiente di diffrazione, che fornisce la dipendenza dalla direzione dei campi diffratti, può esso stesso dipendere dal tipo di schermo, dal tipo di spigolo, dall'angolo di incidenza ϕ' e dalla polarizzazione dell'onda incidente.

Vicino agli Shadow Boundaries relativi all'onda incidente ed a quella riflessa, il coefficiente di diffrazione va moltiplicato per una funzione di transizione che rende il campo totale continuo e limitato.

Il metodo di Huygens-Kirchoff presenta una incongruenza che deriva dall'assunzione che il campo totale subito a destra dello schermo assorbente sia pari al campo incidente sul bordo, e zero sotto (ossia dove c'è il semipiano).

Sappiamo invece che il campo diffratto non è zero sul piano dello schermo ($\theta=\pi/2$), il che è inconsistente con l'assunzione iniziale.

Diffrazione per altri spigoli e per incidenza obliqua

Per una onda piana che incide sullo spigolo del semipiano con un angolo ϕ' , i risultati dell'approccio rigoroso forniscono il coefficiente di diffrazione della GTD [Teoria di Felsen]:

$$D = \frac{-1}{\sqrt{2k\pi}} \left[\frac{1}{\pi - |\phi - \phi'|} + \frac{1}{\pi + |\phi - \phi'|} \right] = \frac{-1}{\sqrt{2k\pi}} \left[\frac{1}{\mathcal{G}} + \frac{1}{2\pi - \mathcal{G}} \right]$$

dove gli angoli ϕ , ϕ' e θ sono in radianti. L'espressione è valida per ogni polarizzazione dell'onda incidente e per ogni angolo interno del diedro tranne che per l'angolo π .

Se è espresso in termini dell'angolo $\mathcal{G} = \pi - (\phi - \phi')$, il coefficiente di diffrazione è indipendente dall'angolo ϕ' fra il raggio incidente e la faccia del diedro o dello schermo.

Inoltre, questo risultato è valido anche per $\theta > \pi/2$.

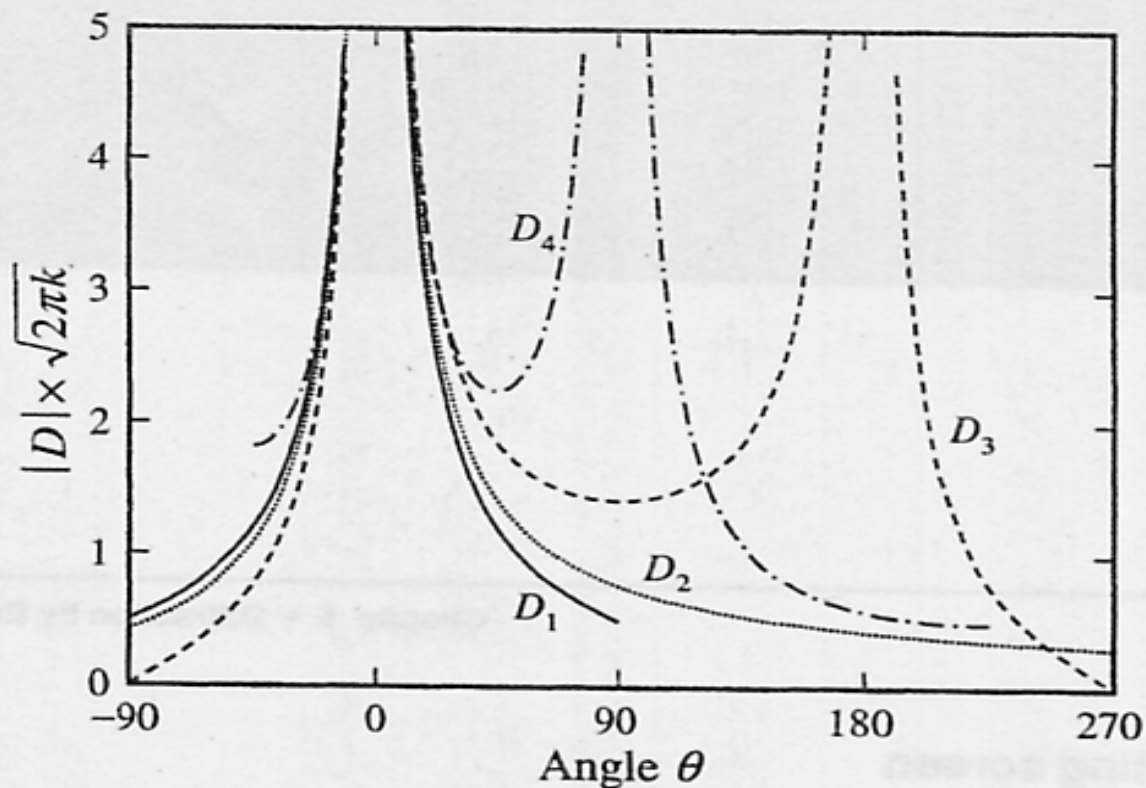


Figure 5-11 Variation with angle θ of the magnitude of the diffraction coefficients for (1) the Kirchhoff-Huygens analysis; (2) Felsen's absorbing screen; (3) the conducting half-plane (TE, $\phi' = 90^\circ$), and; (4) the conducting 90° wedge (TM, $\phi' = 45^\circ$). All coefficients are multiplied by the factor $\sqrt{2\pi k}$.

Il precedente coefficiente di diffrazione è confrontato in figura con quello della teoria di Kirchhoff-Huygens, con gli angoli espressi in gradi anziché in radianti.

Il coefficiente di Kirchhoff-Huygens è mostrato solo fino a 90° dato che esso non vale per angoli maggiori di 90° , mentre il coefficiente di Felsen è mostrato fino a 270° .

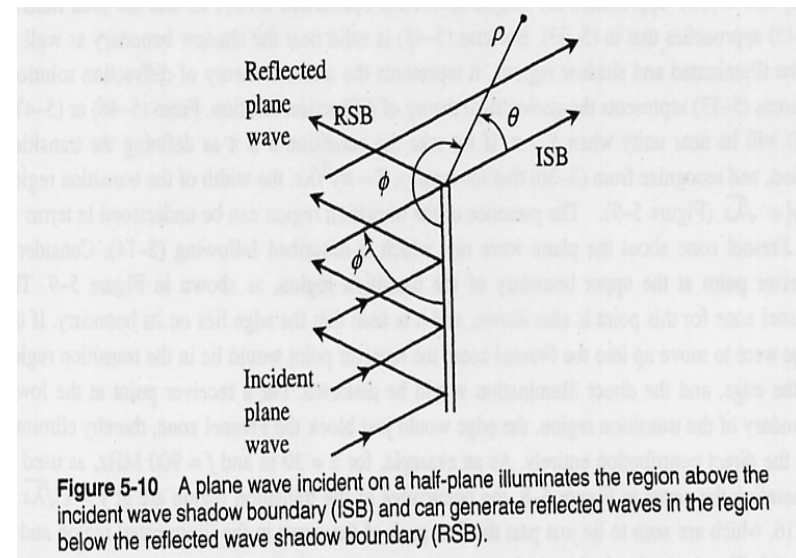
Si noti come i due coefficienti sono all'incirca uguali quando θ è piccolo, ed in tale intervallo variano come $1/\theta$, ma per valori più grandi di $|\theta|$ essi sono molto diversi.

Diffrazione da uno Schermo conduttore

Se lo schermo è costituito di un sottile conduttore, una parte dell'onda piana incidente sullo schermo sarà riflessa.

In questo caso il coefficiente di diffrazione deve essere singolare allo shadow boundary dell'onda incidente (ISB) ed allo shadow boundary dell'onda riflessa (RSB).

Inoltre, il coefficiente di diffrazione dipenderà dalla polarizzazione dell'onda incidente.



Diffrazione da uno Schermo conduttore

Il coefficiente di diffrazione che fornisce la GTD per uno schermo conduttore si dimostra essere pari a:

$$D = \frac{-1}{2\sqrt{2k\pi}} \left[\frac{1}{\cos \frac{\phi - \phi'}{2}} + \frac{\Gamma_{E,H}}{\cos \frac{\phi + \phi'}{2}} \right]$$

Se E^{inc} è polarizzato parallelamente allo spigolo si ha $\Gamma_E = -1$

Se H^{inc} è polarizzato parallelamente allo spigolo si ha $\Gamma_H = 1$.

Il primo termine tra parentesi è singolare allo shadow boundary dell'onda incidente quando $\phi = \phi' + \pi$.

Il secondo termine è singolare lungo lo shadow boundary dell'onda riflessa quando $\phi = \pi - \phi'$.

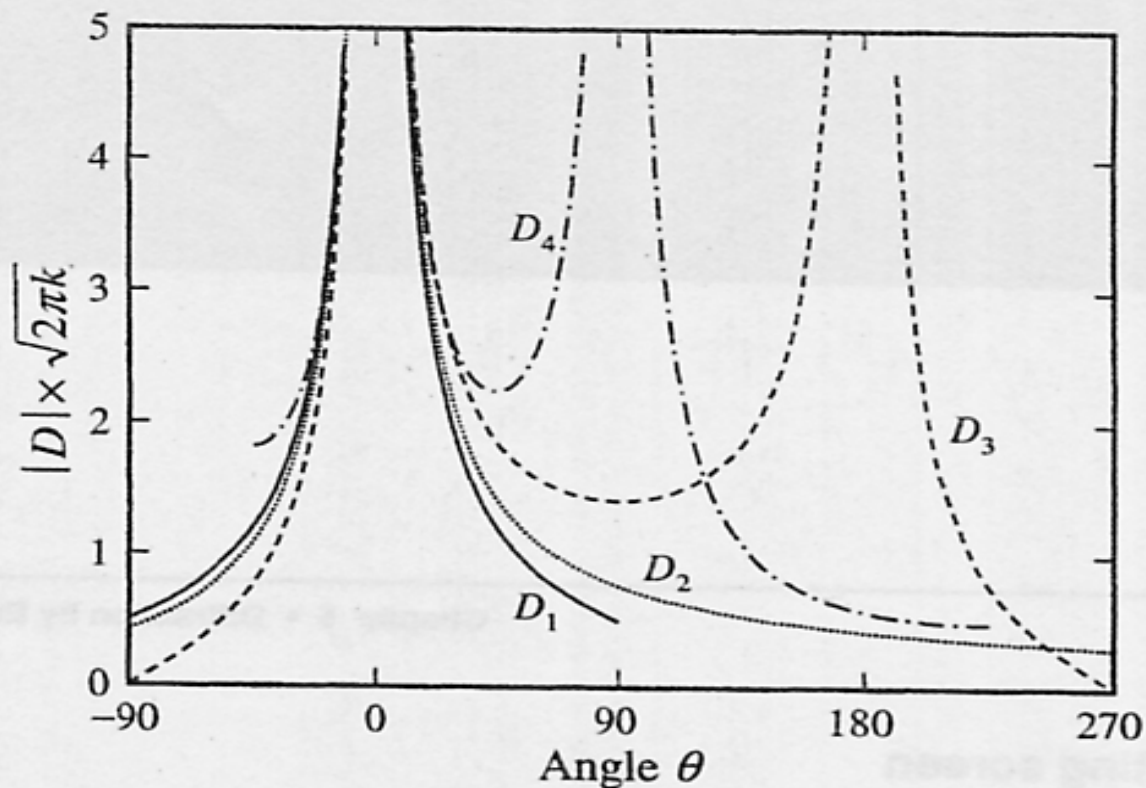


Figure 5-11 Variation with angle θ of the magnitude of the diffraction coefficients for (1) the Kirchhoff–Huygens analysis; (2) Felsen's absorbing screen; (3) the conducting half-plane (TE, $\phi' = 90^\circ$), and; (4) the conducting 90° wedge (TM, $\phi' = 45^\circ$). All coefficients are multiplied by the factor $\sqrt{2\pi k}$.

Quando il punto di ricezione è in direzione θ da uno dei due (o da entrambi) shadow boundaries, con θ piccolo, il corrispondente termine varia ancora come $1/\theta$, ossia ha la stessa dipendenza osservata nei coefficienti di diffrazione forniti dalla GTD.

Diffrazione da uno Schermo conduttore

Il coefficiente di diffrazione per uno schermo conduttore:

- è molto prossimo a quelli espressi dalla teoria di Kirchhoff-Huygens e dalla teoria di Felsen vicino allo shadow boundary dell'onda incidente
- va a zero per $\theta = -90^\circ$ (che rappresenta il lato in ombra dello schermo conduttore)
- va a zero per $\theta = 270^\circ$ (che corrisponde al lato illuminato del conduttore, così come richiesto dalla condizione al contorno sul campo elettrico tangente sul conduttore).

Lo shadow boundary relativo all'onda riflessa si ha per $\theta = 180^\circ$, e in tale punto l'espressione del coefficiente di diffrazione per uno schermo conduttore ha un comportamento singolare (tende ad infinito), come mostrato in figura.

Diffrazione da un Diedro ad angolo retto

Per diedri con angoli interni finiti, l'onda incidente può illuminare una o entrambe le facce, a seconda della sua direzione di propagazione, come mostrato in figura per un diedro ad angolo retto.

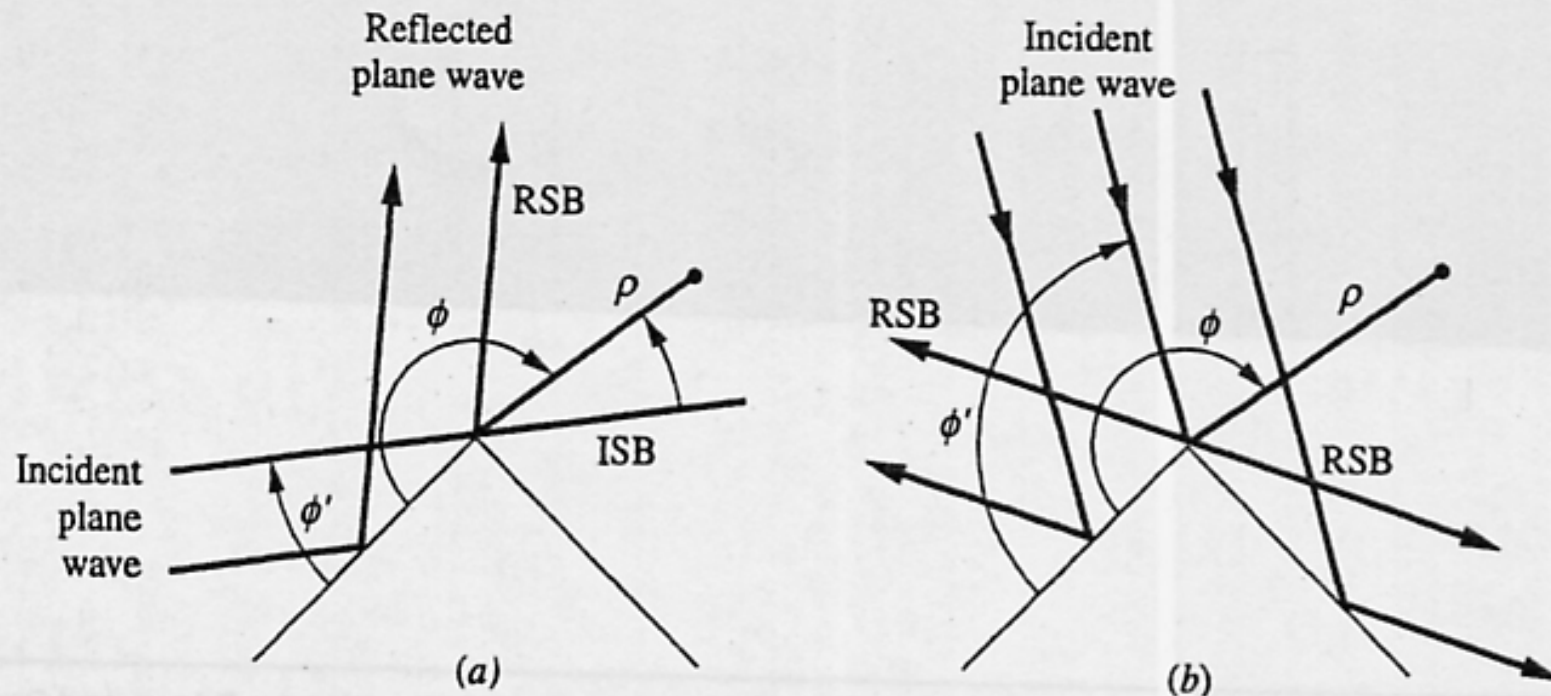


Figure 5-12 Depending on the direction of propagation, a plane wave incident on a 90° wedge will result in (a) shadow boundaries for the incident wave (ISB) and the plane wave reflected from the illuminated face (RSB), or (b) two shadow boundaries for the plane waves reflected from the two faces (RSB).

Diffrazione da un Diedro ad angolo retto

Possono dunque essere presenti uno shadow boundary dell'onda incidente ed uno shadow boundary dell'onda riflessa, oppure solo due shadow boundary dell'onda riflessa (se ho riflessione da entrambe le facce del diedro).

Se il diedro è di conduttore, il processo di diffrazione dipenderà anche dalla polarizzazione dell'onda incidente.

Per un diedro ad angolo retto il coefficiente di diffrazione ottenuto dalla GTD è:

$$D(\phi, \phi') = D_1 + D_2 + \Gamma_{E,H} \cdot (D_3 + D_4)$$

$$\text{con: } \begin{cases} D_{1,2} = \frac{-1}{3\sqrt{2k\pi}} \cot \frac{\pi \pm (\phi - \phi')}{3} \\ D_{3,4} = \frac{-1}{3\sqrt{2k\pi}} \cot \frac{\pi \pm (\phi + \phi')}{3} \end{cases}$$

Analogamente al caso precedente:

Se E^{inc} è polarizzato parallelamente allo spigolo si ha $\Gamma_E = -1$

Se H^{inc} è polarizzato parallelamente allo spigolo si ha $\Gamma_H = 1$.

Diffrazione da un Diedro ad angolo retto

A seconda della direzione di propagazione dell'onda incidente, uno fra D_1 e D_2 è singolare lungo lo shadow boundary dell'onda incidente.

Dualmente, uno fra D_3 e D_4 è singolare lungo lo shadow boundary dell'onda riflessa.

Come nei casi precedenti, il coefficiente di diffrazione varia come $1/\theta$ per piccole deviazioni angolari dallo shadow boundary.

Il coefficiente di diffrazione fornito dalla UTD si ottiene moltiplicando ciascun termine della precedente espressione per una opportuna funzione di transizione.

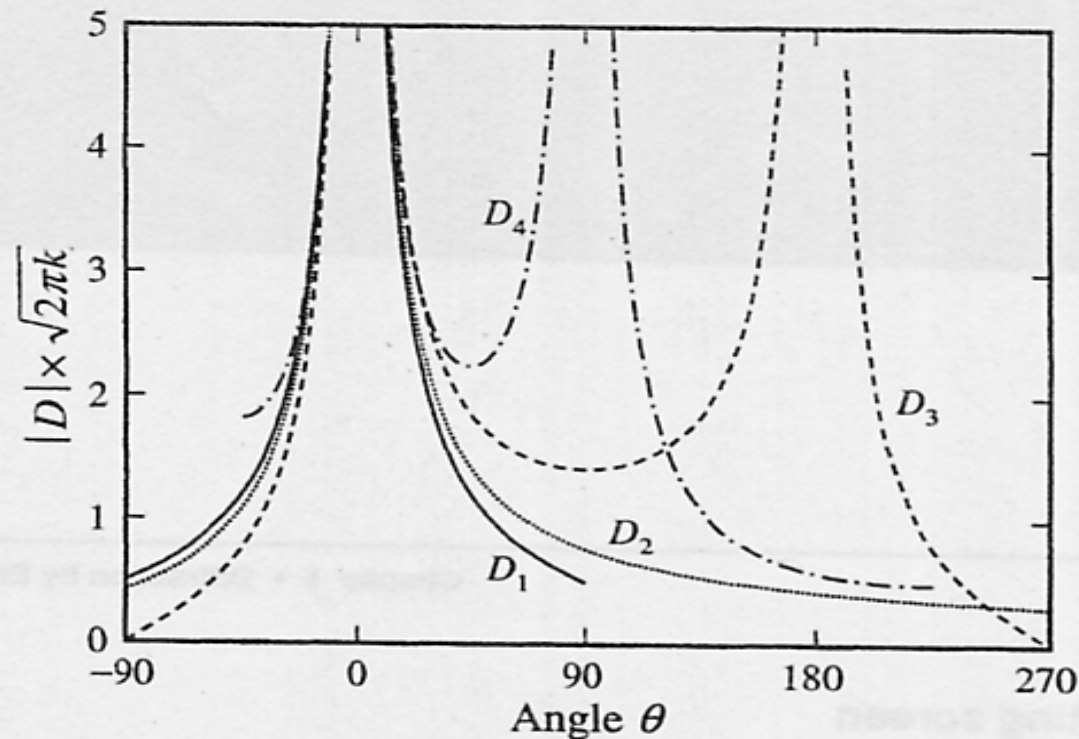


Figure 5-11 Variation with angle θ of the magnitude of the diffraction coefficients for (1) the Kirchhoff–Huygens analysis; (2) Felsen's absorbing screen; (3) the conducting half-plane (TE, $\phi' = 90^\circ$), and; (4) the conducting 90° wedge (TM, $\phi' = 45^\circ$). All coefficients are multiplied by the factor $\sqrt{2\pi k}$.

Il modulo di $D(\phi, \phi')$ è rappresentato in figura per la polarizzazione TM e assumendo che la direzione di incidenza sia $\phi' = 45^\circ$.

Per questo angolo di incidenza si ha $\phi = 225^\circ - \theta$ ed il coefficiente di diffrazione è definito per $-45^\circ < \theta < 225^\circ$.

In prossimità dello shadow boundary dell'onda incidente, la precedente espressione è molto prossima agli altri coefficienti di diffrazione, mentre è singolare per $\theta = 90^\circ$, ossia sullo shadow boundary dell'onda riflessa.

Diffrazione da un Diedro dielettrico

La diffrazione da diedri dielettrici è di interesse per rappresentare gli spigoli degli edifici.

La trasmissione attraverso il dielettrico rende tali problemi difficili da trattare analiticamente.

Per dielettrici assorbenti, come ad esempio lo spigolo di un edificio di mattoni, la trasmissione attraverso il dielettrico è debole, e le facce del diedro possono essere modellate mediante una opportuna impedenza superficiale.

Le soluzioni ottenute per questo caso non mostrano significative differenze rispetto ai risultati ottenuti utilizzando il coefficiente di diffrazione per un diedro di conduttore.

Un semplice approccio euristico largamente usato consiste nel sostituire il coefficiente di riflessione di un conduttore perfetto con i coefficienti di riflessione di onda piana (coefficienti di Fresnel) sulle facce del diedro.

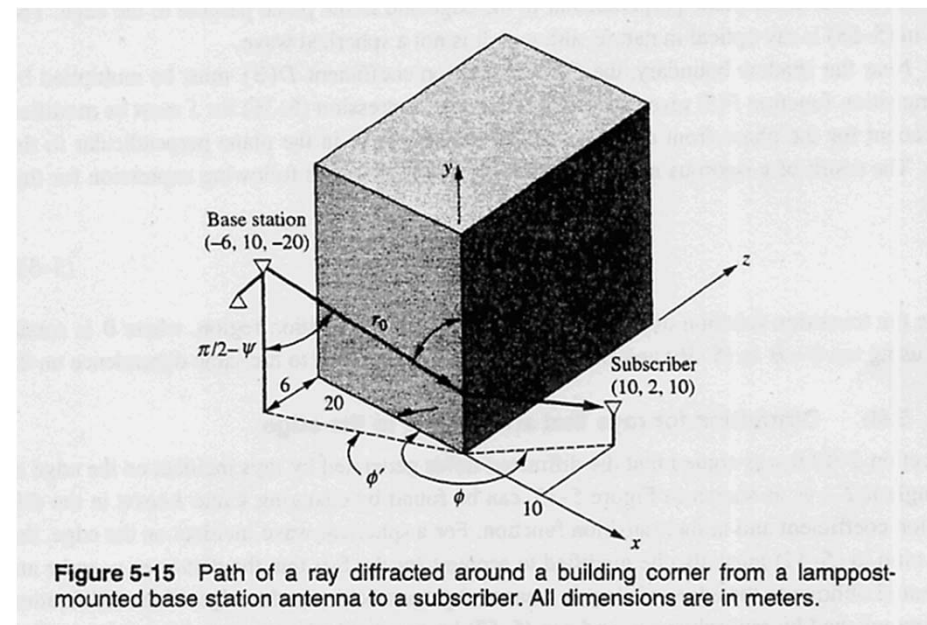
Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Esempio di diffrazione di raggi obliqui:

Il campo irradiato ad 1.8 GHz da una RBS montata su di un palo ad una altezza $h_1=10\text{m}$, è diffratto dal bordo di un edificio e giunge ad un utente la cui antenna è posta a $h_2=2\text{m}$ rispetto al suolo.

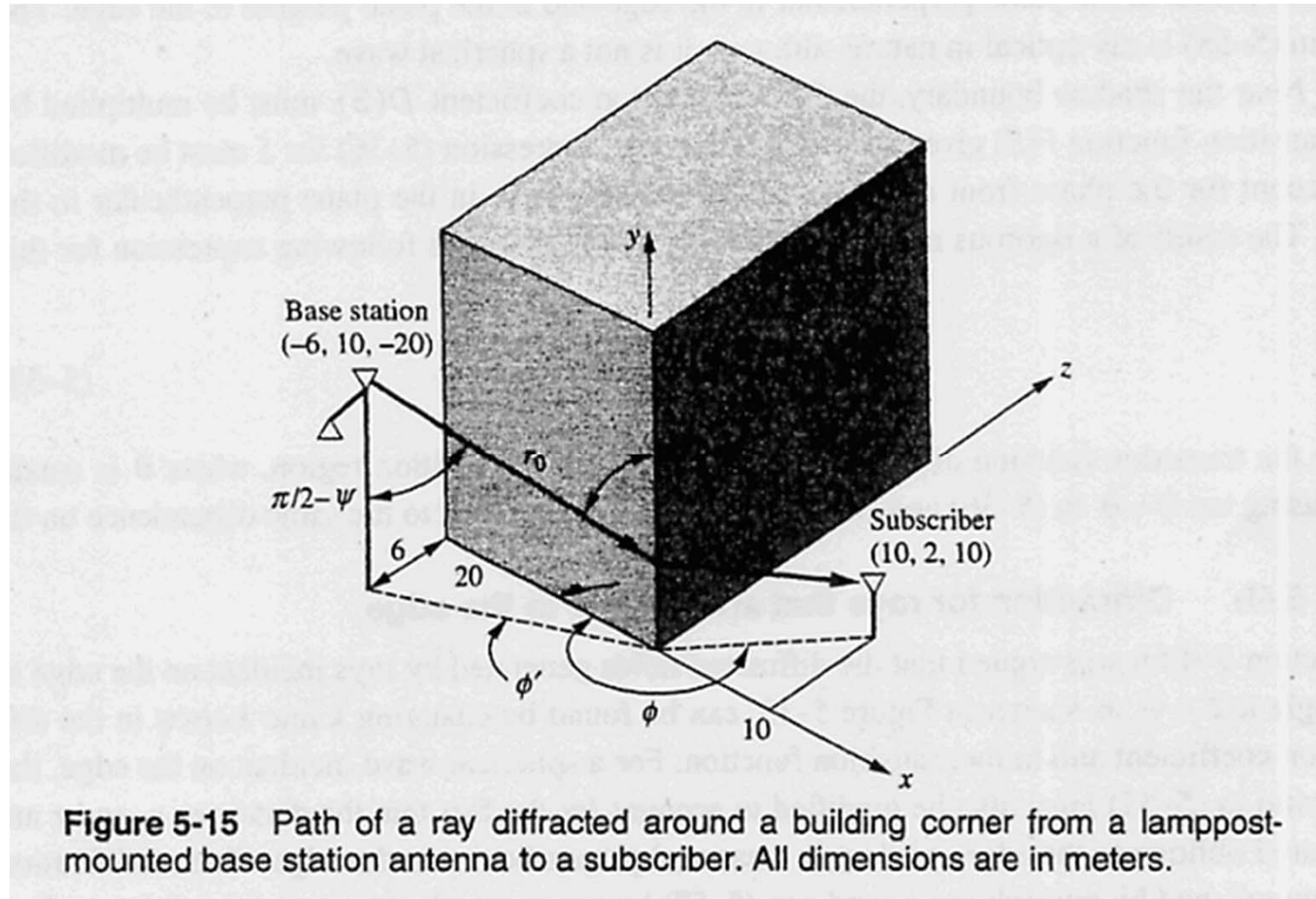
Il raggio incidente forma un angolo con la faccia dell'edificio, misurato nel piano perpendicolare allo spigolo, pari a $\phi'=\arctan(6/20)=16.70^\circ$, mentre il raggio diffratto forma un angolo con la faccia dell'edificio, misurato sempre nel piano perpendicolare allo spigolo, pari a $\phi=225^\circ$.

Si assuma che la antenna della RBS sia polarizzata verticalmente, in modo che il campo magnetico sia parallelo al suolo e quindi perpendicolare allo spigolo dell'edificio, e che l'edificio sia un conduttore.



Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Esempio di diffrazione di raggi obliqui:



Antenna RBS polarizzata verticalmente → campo magnetico parallelo al suolo e quindi perpendicolare allo spigolo dell'edificio.

L'edificio è un conduttore → $\Gamma_E = -1$

$$f = 1.8 \text{ GHz}$$

$$h_{\text{RBS}} = 10 \text{ m}$$

$$h_m = 2 \text{ m}$$

$$\phi' = \arctan(6/20) = 16.7^\circ$$

$$\phi = 225^\circ$$

$$D(\phi, \phi') = 0.987 / \sqrt{2\pi k} = 0.0641$$

Cammino sul piano orizzontale:

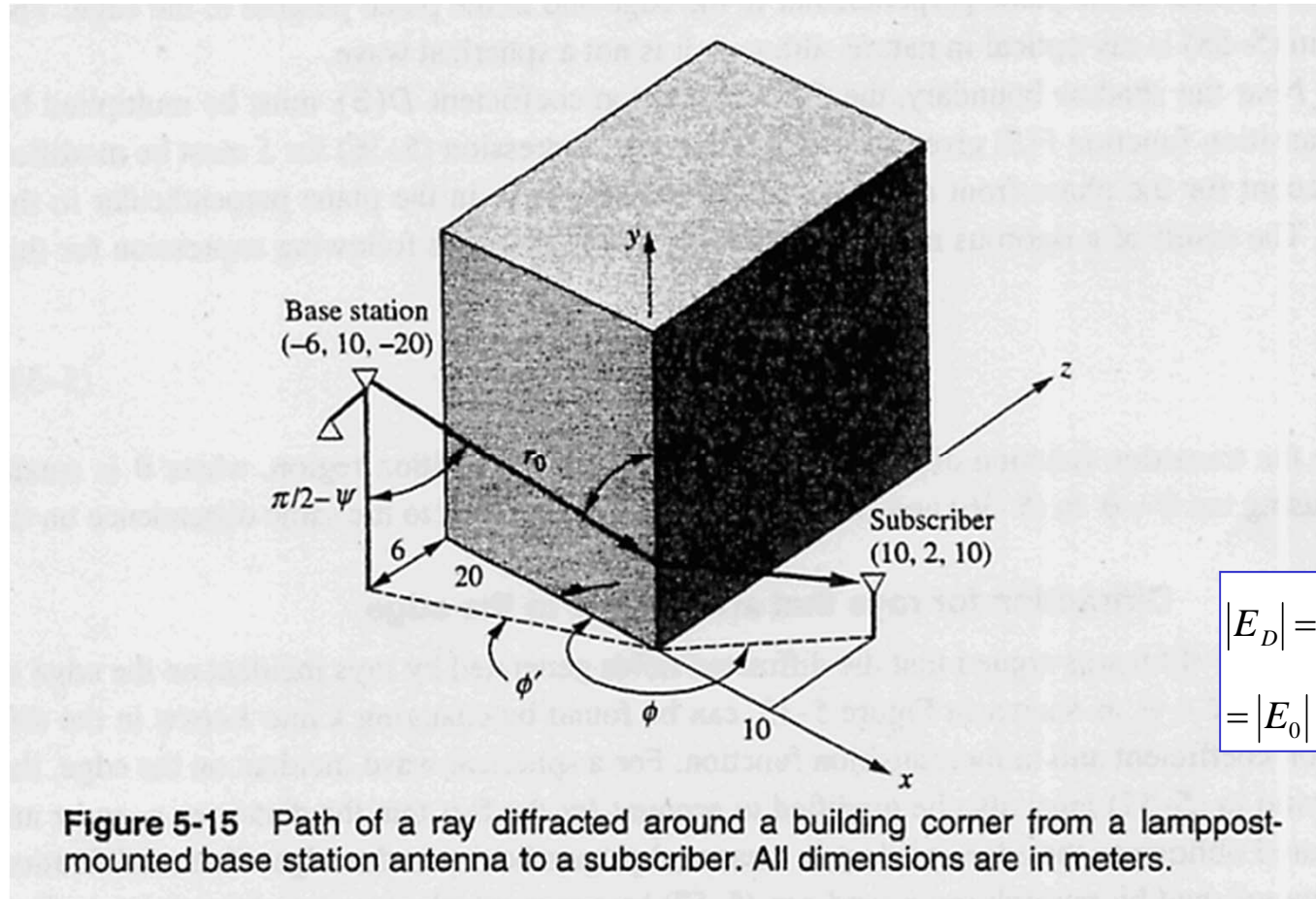
$$\sqrt{6^2 + 20^2} + 10\sqrt{2} = 35.02 \text{ m}$$

Spostamento verticale: 8m

$$\psi = 90^\circ - \arctan(35.02/8) = 12.87^\circ$$

Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Esempio di diffrazione di raggi obliqui:



$$r_0 = \sqrt{6^2 + 20^2} / \cos \psi$$
$$= 21.42m$$

$$r = 10\sqrt{2} / \cos \psi = 14.50m$$

Antenna isotropica:
 $|f(\phi, \phi')|=1$

$$|E_D| = |E_0| \cdot \frac{0.0641}{0.975 \sqrt{21.42 \cdot 14.5 \cdot 35.92}}$$

$$= |E_0| \cdot 6.22 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$$

L'altezza y del punto di diffrazione sullo spigolo è data da:

$$y = h_2 + 10\sqrt{2} \tan \psi = 5.23m$$

Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Si vede dall'esempio fatto che il **$\cos \psi$** è prossimo ad **1**, quindi l'obliquità ha solo un piccolo effetto sul campo.

Quando le differenze in altezza fra le antenne sono piccole rispetto alla loro distanza orizzontale, come in questo esempio, la diffrazione dagli edifici può essere approssimata come se avvenisse sul piano orizzontale (ossia per incidenza ortogonale).

Nella regione di transizione il campo deve essere moltiplicato per la funzione di transizione **$F(\mathbf{S})$** , con **\mathbf{S}** data dalla relazione:

$$S = 2k \cdot \cos^2 \psi \cdot \frac{r_0 r}{r_0 + r} \sin^2 (\mathcal{G} / 2)$$

Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

La larghezza della regione di transizione è data dalla condizione:

$$\mathbf{S}=\pi$$

Quando l'angolo ψ tende a **90°**, nella espressione di **S** il **cos ψ** decresce a zero, e ciò richiede valori maggiori di θ per raggiungere la condizione **S=π**.

Come condizione limite, se il raggio incidente arriva a sfiorare di striscio lo spigolo (**glancing incidence**), le espressioni fornite dalla **UTD** per il campo diffratto devono essere usate per tutti gli angoli θ (in altri termini, la regione di transizione occuperebbe **TUTTO LO SPAZIO**)

Path Gain per applicazioni wireless

Nelle regioni di spazio illuminate dai campi di ottica geometrica, i campi diffratti assumono valori significativi solamente in prossimità dello Shadow Boundary.

Esattamente in corrispondenza dello Shadow Boundary il campo diffratto si sottrae al campo di ottica geometrica, ed il campo totale è la metà del campo di ottica geometrica.

Trascurare il campo diffratto sullo Shadow Boundary causa pertanto un errore di **6 dB**.

Tuttavia, nella regione illuminata fuori dalla regione di transizione, trascurare i campi diffratti provoca solo un piccolo errore nel calcolo dell'attenuazione di tratta (**path loss**).

Path Gain per applicazioni wireless

Nelle regioni in ombra, invece, il campo diffratto fornisce l'unico contributo al campo totale, e il guadagno di tratta (**path gain**), che è il rapporto fra la potenza ricevuta e quella trasmessa, può essere calcolato (per antenne isotropiche, per le quali $|\mathbf{f}(\theta_0, \varphi_0)|=1$):

$$PG = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \cdot \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{1}{r_0 r \cdot (r_0 + r)}$$

Il termine λ^2 rappresenta la dipendenza dalla frequenza dell'antenna isotropica ricevente.

Il path gain ha una ulteriore dipendenza dalla frequenza dato che $|\mathbf{D}(\theta)|^2$ è proporzionale a λ .

Path Gain per applicazioni wireless

Nell'esempio precedente, $\lambda=1/6\text{m}$, e per un utente con antenna isotropica il path gain è $(6.22 \cdot 10^{-4})^2 / (24\pi)^2 = -101.7\text{dB}$

Per avere una idea dell'effetto della diffrazione sul path gain, detto \mathbf{PG}_0 il path gain fra antenne isotropiche separate dalla stessa distanza totale $\mathbf{r_0+r}$ in spazio libero (senza quindi effetti di diffrazione), l'effetto della diffrazione con incidenza secondo un angolo θ è data dalla:

$$\frac{PG}{PG_0} = \frac{\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \cdot \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{1}{r_0 r \cdot (r_0 + r)}}{\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{(r_0 + r)^2}} = \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{r_0 + r}{r_0 r}$$

Si ricordi infatti che in spazio libero l'attenuazione varia come $1/d^2$, con d distanza del collegamento, e nel nostro caso la distanza è r_0+r .

Path Gain per applicazioni wireless

Esempio:

Segnale, trasmesso alla frequenza di **900 MHz** da una RBS posta alla stessa altezza di un edificio posto in prossimità della RBS, viene diffratto dall'edificio. Angolo di diffrazione verso il mobile ricevente: $\theta = -30^\circ$. Si suppone $\psi=0$ (incidenza ortogonale) e $r_0=r$. Si ottiene:

$$\frac{PG}{PG_0} = \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{r_0 + r}{r_0 r} = -25.8dB$$

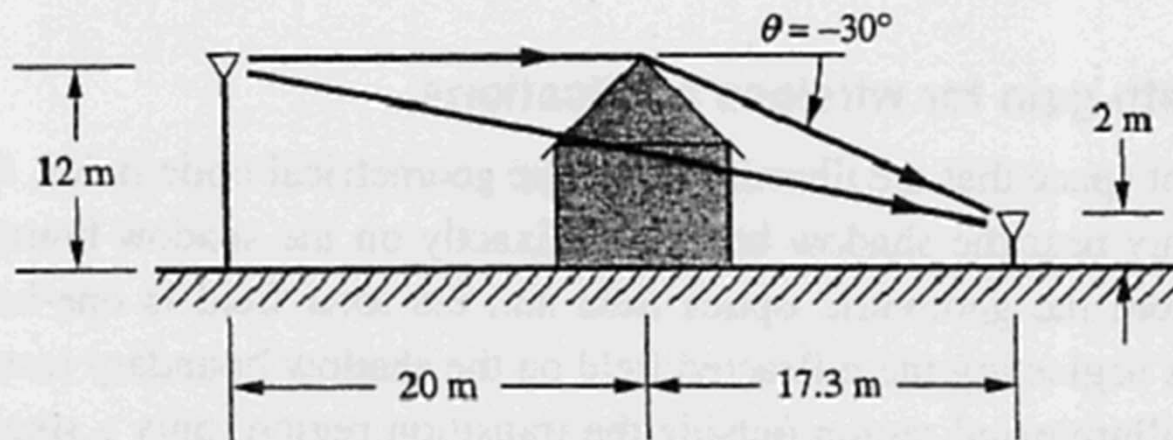


Figure 5-16 Communication paths between a base station and a mobile in the presence of a three-story townhouse.

Path Gain per applicazioni wireless

Esempio:

Il path loss dovuto alla sola diffrazione (che si deve aggiungere al path loss di spazio libero) è 25.8 dB.

Questo è paragonabile all'attenuazione che subisce il raggio diretto fra RBS e mobile quando attraversa le pareti dell'edificio se i muri esterni sono di mattoni.

Per antenne poste a bassa quota in mezzo ad edifici alti, i segnali si propagano in basso verso le strade ed attorno ai lati degli edifici.

Mentre le riflessioni aiutano i segnali a girare attorno agli angoli (incroci fra strade) ed a raggiungere le strade perpendicolari al loro cammino, la diffrazione è il principale meccanismo per illuminare dall'alto verso il basso le strade (propagazione dai tetti degli edifici verso le strade in basso) ed è causa di attenuazioni elevate.

Diffrazione da spigoli multipli

Se il campo diffratto generato da uno spigolo incide su un secondo spigolo, esso produrrà a sua volta campi diffratti che possono essere ottenuti ripetendo l'approccio che fa uso della teoria dei raggi espresso in precedenza.

Dato che il campo diffratto è stato costruito utilizzando ipotesi su raggi che sono valide fuori dalla regione di transizione attorno allo Shadow Boundary, utilizzare la teoria di ottica geometrica a cascata per ottenere la diffrazione da spigoli multipli è accettabile solamente quando gli spigoli successivi a quello considerato giacciono fuori dalla regione di transizione di tale spigolo.

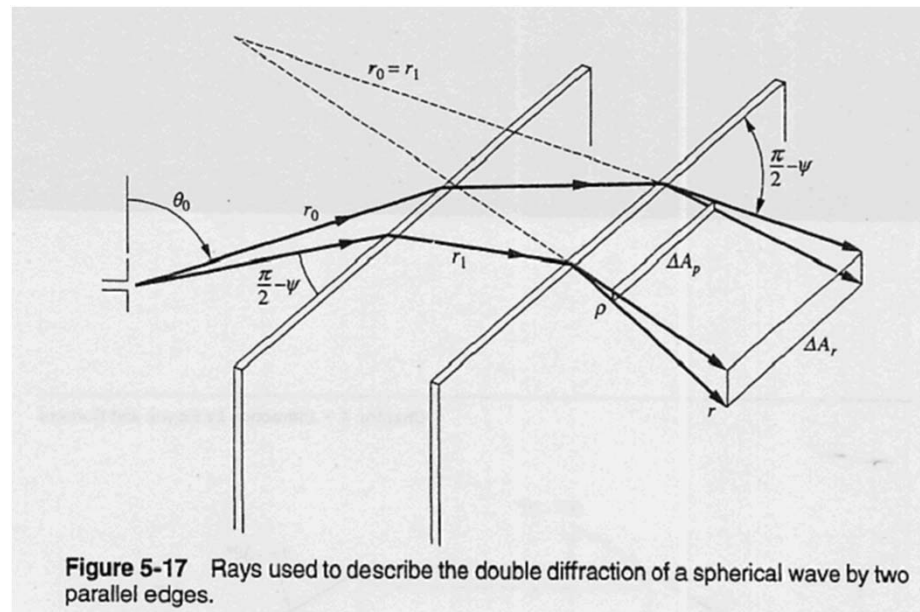
Quando tale condizione non è soddisfatta è necessario considerare effetti aggiuntivi di diffrazione.

Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

La diffrazione da due spigoli paralleli rappresenta la situazione di un'onda che viaggia sul tetto di un edificio o attorno ai lati di un edificio.

Per evitare le complicazioni associate alla polarizzazione dei campi diffratti dal primo spigolo che incontrano il secondo spigolo, spesso si suppone che i diedri o gli schermi abbiano facce assorbenti, nel qual caso si potrà utilizzare lo stesso coefficiente di diffrazione per tutte le componenti del campo.

In figura è mostrata una onda sferica diffratta da due spigoli paralleli, con raggi che formano un angolo pari a $\pi/2 - \psi$ con gli spigoli.

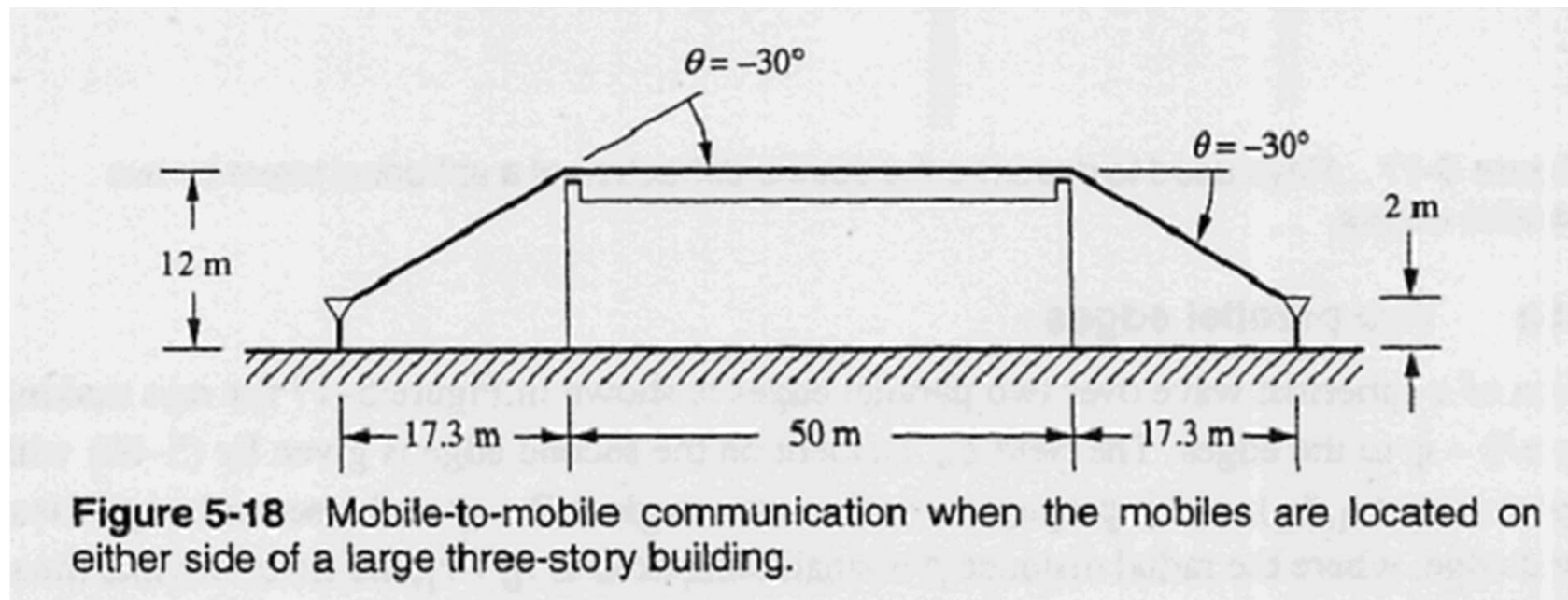


Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

Il path gain per una antenna isotropica vale, nel caso di diffrazione da due spigoli paralleli:

$$PG = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \cdot \frac{|D_1(\vartheta_1) \cdot D_2(\vartheta)|^2}{\cos^4 \psi \cdot [r_0 r_1 r \cdot (r_0 + r_1 + r)]}$$

Come **esempio** di diffrazione doppia si consideri il caso in cui un largo edificio è interposto alla comunicazione fra due terminali mobili.



Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

Esempio:

Si suppone $\psi=0$ (incidenza ortogonale), e gli angoli di diffrazione in questo caso sono $\theta_1=\theta=-30^\circ$, mentre i cammini sono $r_0=r=20\text{m}$ e $r_1=50\text{m}$.

L'attenuazione di tratta (path loss) a **900 MHz** che si ricava è **55 dB** maggiore che se le due antenne fossero poste a **90m** di distanza in spazio libero.

Questo incremento di attenuazione può essere paragonato alla attenuazione che si avrebbe se la propagazione avvenisse attraverso i muri dell'edificio (ossia è uguale a quella che subisce il raggio diretto che collega Tx e Rx e che attraversa i due muri dell'edificio lungo il suo cammino).

Infatti due muri esterni fatti di mattoni o con isolante in alluminio forniscono circa 20 dB di attenuazione.

Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

Esempio:

Se l'edificio è suddiviso da muri interni spaziati in media **4m** l'uno dall'altro, e se supponiamo che ogni parete interna causi circa **3 dB** di attenuazione, allora attraverso l'edificio, lungo **50 m**, ci sarebbero in media **11** pareti interne; quindi **11** pareti interne più **2** pareti esterne fornirebbero una attenuazione supplementare di circa **$11 \cdot 3 + 20 = 53$ dB**, che è appunto paragonabile a quella di **55 dB** ottenuta considerando la diffrazione dai due bordi del tetto dell'edificio.

Sebbene i valori di attenuazione introdotta da una parete siano stati scelti, in qualche modo, arbitrariamente, questo esempio mostra che il percorso di diffrazione sopra o attorno agli edifici può avere lo stesso path loss o anche un path loss inferiore rispetto ad un percorso attraverso gli edifici.

Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli perpendicolari

Supponiamo che la diffrazione avvenga da uno spigolo orizzontale, come il tetto di un edificio, e successivamente attorno ad uno spigolo verticale di un edificio.

Si dimostra che, a parte la differente dipendenza dalle distanze dei raggi, l'espressione è molto simile al caso di due spigoli verticali, nel senso che entrambe forniscono simili attenuazioni di tratta per gli stessi angoli di diffrazione.

